

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	10
<b>Часть 1. Множества, отношения, графы</b>	
Глава 1. <b>Основные понятия теории множеств</b> . . . . .	13
1.1. Определения . . . . .	13
1.2. Способы задания множеств . . . . .	15
1.3. Операции над множествами . . . . .	16
Глава 2. <b>Отношения бинарные и <math>n</math>-арные</b> . . . . .	20
2.1. Декартово произведение . . . . .	20
2.2. Бинарные отношения (соответствия) . . . . .	20
2.3. Операции над бинарными отношениями . . . . .	22
2.4. Функциональные отношения . . . . .	23
2.5. Бинарные отношения на множестве . . . . .	25
Глава 3. <b>Основные понятия теории графов</b> . . . . .	27
3.1. Абстрактный граф . . . . .	27
3.2. Графическое представление бинарного отношения . . . . .	29
3.3. Матричные представления графа . . . . .	30
3.4. Части графа . . . . .	31
3.5. Обобщения графов . . . . .	32
Глава 4. <b>Изоморфизм графов</b> . . . . .	34
4.1. Отношение изоморфизма . . . . .	34
4.2. Инварианты перенумерации вершин графа . . . . .	35
Глава 5. <b>Циклы и разрезы</b> . . . . .	37
5.1. Цикломатическое число графа . . . . .	37
5.2. Базис циклов . . . . .	37
5.3. Базис разрезов . . . . .	38
5.4. Матрицы циклов и разрезов . . . . .	39
Глава 6. <b>Доминирующие и независимые множества</b> . . . . .	41
6.1. Доминирующие множества графа . . . . .	41
6.2. Независимые множества графа . . . . .	42
Глава 7. <b>Раскраска графа</b> . . . . .	47
7.1. Постановка задачи . . . . .	47
7.2. Метод раскраски графа . . . . .	47
7.3. Бихроматические графы . . . . .	50
Глава 8. <b>Обходы графа</b> . . . . .	52
8.1. Эйлеровы цепи и циклы . . . . .	52
8.2. Гамильтоновы цепи и циклы . . . . .	53
8.3. Кратчайшие пути в графе . . . . .	55
Глава 9. <b>Планарные графы</b> . . . . .	56

9.1.	Определения . . . . .	56
9.2.	Простейшие непланарные графы . . . . .	57
9.3.	Раскраска планарных графов . . . . .	58

## Часть 2. Комбинаторные алгоритмы дискретной математики

Глава 10.	<b>Комбинаторные задачи и методы комбинаторного поиска</b> . . . . .	59
10.1.	Задачи подсчета . . . . .	59
10.2.	Особенности комбинаторных задач . . . . .	60
10.3.	Вычислительная сложность . . . . .	61
10.4.	Методы комбинаторного поиска . . . . .	62
Глава 11.	<b>Задача о кратчайшем покрытии</b> . . . . .	64
11.1.	Постановка задачи . . . . .	64
11.2.	Приближенные методы решения задачи . . . . .	64
11.3.	Точный метод . . . . .	66
Глава 12.	<b>Задача о вырожденности троичной матрицы</b> . . . . .	69
12.1.	Постановка задачи . . . . .	69
12.2.	Редукционный метод решения задачи . . . . .	70
Глава 13.	<b>Задача о диагностическом тесте</b> . . . . .	75
13.1.	Дефекты и симптомы . . . . .	75
13.2.	Поиск минимального безусловного диагностического теста . . . . .	76
13.3.	Приближенные методы . . . . .	78
Глава 14.	<b>Задачи о разбиениях</b> . . . . .	81
14.1.	Группирование аргументов функций . . . . .	81
14.2.	Задача компоновки . . . . .	84

## Часть 3. Алгебра логики

Глава 15.	<b>Элементы логики высказываний</b> . . . . .	87
15.1.	Высказывания . . . . .	87
15.2.	Алгебраические представления . . . . .	88
15.3.	Вычисление значений формулы . . . . .	89
Глава 16.	<b>Тавтологии логики высказываний</b> . . . . .	92
16.1.	Отношения между формулами . . . . .	92
16.2.	Выполнимость и общезначимость . . . . .	94
16.3.	Основные тавтологии . . . . .	94
16.4.	Логический вывод . . . . .	95
Глава 17.	<b>Элементы логики предикатов</b> . . . . .	97
17.1.	Предикаты . . . . .	97
17.2.	Кванторы . . . . .	99
17.3.	Теоретико-множественная интерпретация предикатов . . . . .	100
17.4.	Формулы логики предикатов . . . . .	102
17.5.	Нормальные формы логики предикатов . . . . .	105
17.6.	Конечные предикаты . . . . .	106
Глава 18.	<b>Элементы абстрактной булевой алгебры. Интерпретации</b> . . . . .	113
18.1.	Основные понятия . . . . .	113
18.2.	Основные законы булевой алгебры . . . . .	114
18.3.	Интерпретации булевой алгебры . . . . .	115

Глава 19. <b>Отношения между формулами, равносильные преобразования</b> . . . . .	118
19.1. Отношения между формулами . . . . .	118
19.2. Преобразование формул . . . . .	119
19.3. Принцип двойственности . . . . .	120
Глава 20. <b>Нормальные формы</b> . . . . .	123
20.1. Дизъюнктивные нормальные формы . . . . .	123
20.2. Дизъюнктивное разложение Шеннона . . . . .	125
20.3. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма . . . . .	127
20.4. Конъюнктивные нормальные формы . . . . .	129
20.5. Совершенная конъюнктивная нормальная форма . . . . .	130
20.6. Конъюнктивное разложение Шеннона . . . . .	132
20.7. Связь ДНФ и КНФ, взаимные преобразования . . . . .	133
Глава 21. <b>Функциональная полнота</b> . . . . .	135
21.1. Функционально полные системы функций . . . . .	135
21.2. Важнейшие замкнутые классы . . . . .	137
21.3. Теорема о функциональной полноте . . . . .	140

#### Часть 4. Оптимизация в булевом пространстве

Глава 22. <b>Булево пространство</b> . . . . .	144
22.1. Основные понятия . . . . .	144
22.2. Графическое задание булева пространства . . . . .	145
22.3. Интервалы булева пространства . . . . .	147
22.4. Развертка гиперкуба на плоскость . . . . .	151
Глава 23. <b>Булевы функции</b> . . . . .	158
23.1. Определения булевой функции . . . . .	158
23.2. Способы представления булевых функций . . . . .	159
23.3. Элементарные булевы функции и их алгебраические формы . . . . .	162
23.4. Теоретико-множественная интерпретация булевых функций . . . . .	165
Глава 24. <b>Упрощение дизъюнктивных нормальных форм</b> . . . . .	170
24.1. Локальные методы упрощения ДНФ . . . . .	170
24.2. Устранение избыточности в ДНФ . . . . .	172
24.3. Удаление избыточных элементарных конъюнкций . . . . .	173
24.4. Удаление избыточных букв элементарных конъюнкций . . . . .	176
24.5. Получение безыбыточной ДНФ . . . . .	179
Глава 25. <b>Минимизация ДНФ: метод Квайна–МакКласки</b> . . . . .	181
25.1. Сокращенные и минимальные дизъюнктивные нормальные формы . . . . .	181
25.2. Получение множества всех простых импликант . . . . .	185
25.3. Усовершенствованный метод Квайна (метод Квайна–МакКласки) . . . . .	188
25.4. Построение и покрытие матрицы Квайна . . . . .	190
Глава 26. <b>Минимизация ДНФ: метод Блейка–Порецкого</b> . . . . .	195
26.1. Идея метода . . . . .	195
26.2. Систематизация метода Блейка–Порецкого . . . . .	198
Глава 27. <b>Визуальный метод минимизации булевых функций</b> . . . . .	203
27.1. Представление булевой функции на карте Карно . . . . .	203
27.2. Минимизация ДНФ с помощью карт Карно . . . . .	204
27.3. Ветвящиеся процессы конструирования интервальных покрытий . . . . .	211

Глава 28.	<b>Не полностью определенные булевы функции</b>	213
28.1.	Определения булевой функции	213
28.2.	Способы представления частичных булевых функций	215
28.3.	Минимизация частичных булевых функций	217
Глава 29.	<b>Минимизация слабо определенных булевых функций</b>	223
29.1.	Оптимальная реализация слабо определенных булевых функций	223
29.2.	Метод конкурирующих интервалов	231
Глава 30.	<b>Нахождение ядра в безызбыточной ДНФ</b>	240
30.1.	Ядро и антиядро сокращенной ДНФ	240
30.2.	Ядро и антиядро безызбыточной ДНФ	244
Глава 31.	<b>Метод простых совокупностей</b>	247
31.1.	Простая матрица Квайна	247
31.2.	Распознавание простых совокупностей Квайна	250
31.3.	Поиск простых совокупностей	251
Глава 32.	<b>Минимизация систем булевых функций</b>	255
32.1.	Системы булевых функций	255
32.2.	Нахождение кратчайшей ДНФ системы булевых функций	258
32.3.	Метод минорного покрытия матрицы $Y$	265
Глава 33.	<b>Минимизация числа аргументов</b>	269
33.1.	Классификация аргументов булевой функции	269
33.2.	Точное решение задачи минимизации числа аргументов	273
33.3.	Минимизация числа аргументов в системе булевых функций	274
Глава 34.	<b>Ортогонализация ДНФ</b>	278
34.1.	Ортогональные ДНФ	278
34.2.	Приложения в теории надежности	281
Глава 35.	<b>Декомпозиция булевых функций</b>	284
35.1.	Двухблочная разделительная декомпозиция	284
35.2.	Двухблочная разделительная декомпозиция не полностью определенных булевых функций	287
35.3.	Многоблочные разделительные декомпозиции	288
35.4.	Неразделительная декомпозиция	292
35.5.	Декомпозиция систем булевых функций	294

## Часть 5. Полиномиальные представления булевых функций

Глава 36.	<b>Дифференцирование булевых последовательностей</b>	299
36.1.	Операторы преобразования булевых последовательностей	299
36.2.	Преобразование кодов	301
36.3.	Линейные схемы	302
Глава 37.	<b>Дифференцирование булевых функций</b>	305
37.1.	Производная булевой функции по аргументу	305
37.2.	Вычисление производной	305
37.3.	Дифференцирование по нескольким переменным	306
37.4.	Операции симметрирования булевых функций	308
37.5.	Дифференцирование по вектору	308
Глава 38.	<b>Полиномы Жегалкина и Риды–Маллера</b>	310
38.1.	Алгебраические преобразования	310
38.2.	Полиномы Риды–Маллера	312
38.3.	Оптимизация формул	312

Глава 39. Матричные преобразования совершенной ДНФ в полиноме Жегалкина и обратно . . . . .	314
39.1. Векторные представления . . . . .	314
39.2. Матрица $S$ . . . . .	315
39.3. Матричные преобразования . . . . .	316
Глава 40. Реализация частичных булевых функций полиномами Жегалкина . . . . .	321
40.1. Постановка задачи . . . . .	321
40.2. Редуцирование матрицы коэффициентов . . . . .	323
40.3. Конъюнктивное замыкание матрицы $B$ . . . . .	324
Глава 41. Лестничный алгоритм минимизации полиномов Жегалкина . . . . .	327
41.1. Получение ступенчатой матрицы . . . . .	327
41.2. Обход лестницы . . . . .	328
41.3. Пример выполнения лестничного алгоритма . . . . .	330
Глава 42. Приближенный алгоритм минимизации полиномов Жегалкина . . . . .	332
42.1. Теоретическое обоснование . . . . .	332
42.2. Алгоритм синтеза полинома Жегалкина . . . . .	333
42.3. Пример на приближенный алгоритм . . . . .	335
42.4. Реализация всюду определенной булевой функции . . . . .	336
42.5. Получение полиномов общего вида . . . . .	337
Глава 43. Элементы теории линейных векторных пространств . . . . .	338
43.1. Основные определения . . . . .	338
43.2. Техника эквивалентных матричных преобразований . . . . .	341
Глава 44. Реализация системы частичных булевых функций полиномами Жегалкина . . . . .	343
44.1. Представление данных и постановка задачи . . . . .	343
44.2. Составление матричного уравнения . . . . .	344
44.3. Алгоритм поиска оптимального решения . . . . .	346
44.4. Выполнение алгоритма . . . . .	347

## Часть 6. Проектирование логических схем

Глава 45. Системы логического управления и задачи их проектирования . . . . .	350
45.1. Системы логического управления . . . . .	350
45.2. Логические элементы . . . . .	353
45.3. Логические схемы . . . . .	358
Глава 46. Анализ комбинационных схем . . . . .	363
46.1. Задачи анализа комбинационных схем . . . . .	363
46.2. Решение логических уравнений . . . . .	365
Глава 47. Синтез комбинационных схем . . . . .	372
47.1. Постановка задачи синтеза . . . . .	372
47.2. Синтез двухъярусных схем, реализующих ДНФ . . . . .	373
47.3. Синтез многоярусных схем, реализующих ДНФ . . . . .	378
47.4. Факторизационный метод синтеза . . . . .	379
Глава 48. Моделирование логических схем на ЭВМ . . . . .	385
48.1. Моделирование как средство анализа . . . . .	385
48.2. Представление схемы в ЭВМ . . . . .	386

48.3.	Основы логического моделирования . . . . .	388
48.4.	Двоичное моделирование . . . . .	391
Глава 49.	<b>Диагностика неисправностей в комбинационных схемах</b>	394
49.1.	Неисправности логических схем . . . . .	394
49.2.	Тестовое диагностирование устройств . . . . .	396
49.3.	Построение тестов на основе разностных функций . . . . .	398
Глава 50.	<b>Контактные схемы</b> . . . . .	403
50.1.	Релейные элементы и схемы на их основе . . . . .	403
50.2.	Синтез контактных схем . . . . .	407
50.3.	Многотактные релейно-контактные схемы . . . . .	414
Глава 51.	<b>Схемы на транзисторах</b> . . . . .	417
51.1.	Базовые элементы интегральных схем . . . . .	417
51.2.	Логические схемы на транзисторах . . . . .	420
Глава 52.	<b>Транзисторные матричные схемы</b> . . . . .	424
52.1.	Элементарные вентильные матричные структуры . . . . .	424
52.2.	Элементарные транзисторные матричные структуры . . . . .	426
52.3.	Матричные операторы каскадных схем . . . . .	429
Глава 53.	<b>Программируемые логические матрицы</b> . . . . .	433
53.1.	ПЛМ как последовательное соединение элементарных матричных схем . . . . .	433
53.2.	Реализация системы булевых функций на одной ПЛМ . . . . .	437
53.3.	Синтез схем из ПЛМ . . . . .	438

## Часть 7. Методы теории автоматов

Глава 54.	<b>Понятие и типы конечных автоматов</b> . . . . .	443
54.1.	Автомат с памятью . . . . .	443
54.2.	Представления автомата . . . . .	446
54.3.	Связь между моделями Мили и Мура . . . . .	448
54.4.	Автомат с абстрактным состоянием. Булев автомат . . . . .	449
Глава 55.	<b>Представление событий в автоматах</b> . . . . .	451
55.1.	Понятие события. Алгебра событий . . . . .	451
55.2.	Основные соотношения алгебры событий. Регулярные события . . . . .	452
55.3.	Анализ автоматов . . . . .	455
55.4.	Синтез автомата по представляемым им событиям . . . . .	457
Глава 56.	<b>Минимизация полных автоматов</b> . . . . .	461
56.1.	Эквивалентность состояний. Постановка задачи минимизации . . . . .	461
56.2.	Установление эквивалентности состояний . . . . .	462
Глава 57.	<b>Минимизация частичных автоматов</b> . . . . .	466
57.1.	Отношение реализации. Постановка задачи минимизации . . . . .	466
57.2.	Совместимость состояний . . . . .	469
57.3.	Нахождение минимальной правильной группировки . . . . .	472
57.4.	Нахождение правильной группировки, близкой к минимальной . . . . .	477
Глава 58.	<b>Кодирование состояний синхронного автомата</b> . . . . .	482
58.1.	Задача кодирования состояний . . . . .	482
58.2.	Подстановочный способ кодирования состояний . . . . .	484
58.3.	Метод «желательных соседств» . . . . .	486
58.4.	Итеративный метод . . . . .	491
Глава 59.	<b>Кодирование состояний асинхронного автомата</b> . . . . .	495
59.1.	Явление состязаний элементов памяти в асинхронных схемах . . . . .	495
59.2.	Условие отсутствия опасных состязаний . . . . .	496

59.3.	Противогоночное кодирование состояний при прямых переходах	498
59.4.	Рассмотрение $K$ -множеств	501
59.5.	Соседнее кодирование состояний	503
Глава 60.	<b>Схемная реализация автоматов</b>	506
60.1.	Синхронный автомат	506
60.2.	Асинхронный автомат	508

### Часть 8. Алгоритмы логического управления

Глава 61.	<b>Алгоритмы и их формальные представления</b>	511
61.1.	Основные понятия	511
61.2.	Логические схемы алгоритмов. Язык ЛСА	513
61.3.	Граф-схемы алгоритмов. Язык ГСА	515
61.4.	Микропрограммный автомат	516
Глава 62.	<b>Сети Петри</b>	521
62.1.	Структура сети Петри	521
62.2.	Функции сети Петри	522
62.3.	Интерпретации	524
62.4.	Операционные сети Петри	527
Глава 63.	<b>Анализ сетей Петри</b>	532
63.1.	Ловушки и клубы сети Петри	532
63.2.	Матричный метод проверки сети Петри на живость	535
63.3.	Редукционный метод анализа сетей Петри	537
Глава 64.	<b>Параллельные алгоритмы логического управления</b>	540
64.1.	Язык АЛУ	540
64.2.	Язык ПРАЛУ	543
64.3.	Содержательные примеры	544
64.4.	Корректность алгоритмов	546
Глава 65.	<b>Параллельный автомат</b>	551
65.1.	Стандартизация ПРАЛУ-алгоритмов и параллельный автомат	551
65.2.	Синхронный и асинхронный автоматы	554
65.3.	Информационное взаимодействие цепочек	555
65.4.	Моделирование параллельного алгоритма $\alpha$ -сетью	557
Глава 66.	<b>Кодирование состояний параллельного автомата</b>	561
66.1.	Представление состояний параллельного автомата	561
66.2.	Универсальный вытесняющий код	563
66.3.	Минимизация числа кодирующих переменных	566
66.4.	Блочное кодирование частичных состояний	570
Глава 67.	<b>Секвенциальный автомат</b>	573
67.1.	Моделирование систем с многими переменными	573
67.2.	Секвенциальная реализация параллельного автомата	575
67.3.	Сокращение числа кодирующих переменных	576
67.4.	Синтез ПЛМ, реализующей алгоритм логического управления	579
	Список литературы	581
	Предметный указатель	584