ОГЛАВЛЕНИЕ

Д. Хоффман, Г. Кархер

Полные вложенные минимальные поверхности с конечной полной кривизной

Х. Фудзимото

Теория Неванлинны и минимальные поверхности

С. Хильдебрандт

Краевые задачи для минимальных поверхностей

Л. Саймон

Уравнение минимальных поверхностей

Посвящается Ларсу В. Альфорсу (1907–1996), крупнейшему специалисту XX столетия в области геометрической теории функций

Предисловие

Среди людей, далеких от математики, немногие имеют представление о многообразии математических методов и о том, что различные разделы математики имеют разнообразные характерные черты, часто привлекательные для одних специалистов и неинтересные для других.

Особый интерес к минимальным поверхностям обусловлен, по-видимому, сочетанием конкретности изучаемых объектов, их происхождения и соотношения с физическим миром, а также тем обстоятельством, что в теории минимальных поверхностей активно взаимодействуют различные разделы математики. В последние годы добавилась еще возможность использования компьютерной графики для создания иллюстраций, которые и математически поучительны, и эстетически привлекательны.

В XX столетии в развитии теории минимальных поверхностей произошли два существенных толчка. Первым из них стало исследование задачи Плато, кульминацией которого явилось решение Джесса Дугласа, отмеченное одной из первых двух медалей Филдса в 1936 г. (Вторая медаль была присуждена Ларсу Альфорсу за его вклад в комплексный анализ и теорию Неванлинны.) Вторым толчком был новый подход С. Бернштейна к дифференциальным уравнениям с частными производными, важнейшим результатом которого стала знаменитая теорема Бернштейна, утверждающая, что единственным решением уравнения минимальных поверхностей на всей плоскости является тривиальное решение — линейная функция.

Последовательное развитие двух этих проблем является прекрасной иллюстрацией того, как один результат может послужить основой для интенсивного роста во многих направлениях. В случае с теоремой Бернштейна два очевидных направления обобщений вели к более широкому классу уравнений и к бо́льшим размерностям. Оба направления потребовали времени для осмысления, поскольку оригинальные доказательства Бернштейна не допускают непосредственных обобщений. Первым шагом стал поиск альтернативных доказательств; значительные усилия в этом направлении были предприняты Л. Берсом,