

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
-----------------------	---

Д. Хоффман, Г. Кархер

Полные вложенные минимальные поверхности с конечной полной кривизной

Глава 1. Введение	14
Глава 2. Основы теории и глобальное представление Вейерштрасса	18
2.1. Случай конечной полной кривизны	31
2.2. Пример Чена–Гакштаттера	33
2.3. Вложенность и конечная полная кривизна: необходимые условия	38
2.4. Сводка необходимых условий существования полной вло- женной минимальной поверхности с конечной полной кри- визной	52
Глава 3. Примеры минимальных поверхностей с огра- ниченной топологией. Существование и жесткость	55
3.1. Полные вложенные минимальные поверхности рода 0 с ко- нечной полной кривизной. Теорема Лопеса–Роса	60
Глава 4. Построение семейства деформаций с тремя концами	68
4.1. Скрытые конформные симметрии	71
4.2. Модель «птичья клетка»	73
4.3. Мероморфные функции, построенные при помощи кон- формных отображений	76

4.4. Функция z и уравнение римановой поверхности в терминах z и u	79
4.5. Данные Вейерштрасса	82
4.6. Величины логарифмического роста	86
4.7. Проблема периодов и вложенности для поверхностей $M_{k,x}$	87
4.8. Детали решения проблемы периодов. I. Упрощение интегралов	91
4.9. Детали решения проблемы периодов. II. Лемма о монотонности	96
Глава 5. Структура пространства примеров	99
5.1. Пространство полных вложенных минимальных поверхностей конечной полной кривизны	102
5.2. Некоторые проблемы и гипотезы	103
Глава 6. Конечная полная кривизна и конечная топология	107
6.1. Полные собственно погруженные минимальные поверхности более чем с одним концом	108
6.2. Полные вложенные минимальные поверхности с конечной топологией и более чем одним концом	109
6.3. Полные вложенные минимальные поверхности с конечной топологией, имеющие один конец	110
Глава 7. Устойчивость и индекс гауссова отображения	111
Список литературы	118

Х. Фудзимото

Теория Неванлинны и минимальные поверхности

Введение	124
Глава 1. Теория Неванлинны для голоморфных кривых	126
1.1. Основные формулы для римановых поверхностей	126
1.2. Первая основная теорема для голоморфных кривых	135
1.3. Вторая основная теорема для голоморфных кривых	143
1.4. Соотношение дефектов и его приложения	149

Глава 2. Минимальные поверхности параболического типа	154
2.1. Минимальные поверхности и их гауссовы отображения	154
2.2. Минимальные поверхности с конечной полной кривизной	161
2.3. Теория Неванлинны для минимальных поверхностей параболического типа	168
Глава 3. Распределение значений гауссова отображения минимальных поверхностей	178
3.1. Некоторые глобальные свойства минимальных поверхностей в \mathbb{R}^3	178
3.2. Модифицированные соотношения дефектов для голоморфных кривых в $P^n(\mathbb{C})$	187
3.3. Гауссовы отображения полных минимальных поверхностей	193
Список литературы	201

С. Хильдебрандт

Краевые задачи для минимальных поверхностей

Глава 1. Площадь и минимальные поверхности	206
1.1. Первая вариация площади. Минимальные поверхности	206
1.2. Конформное представление минимальных поверхностей	211
1.3. Определение обобщенных минимальных поверхностей, Формулы представления	215
Глава 2. Краевые задачи для минимальных поверхностей	222
2.1. Задача Плато	224
2.2. Существование решения задачи Плато	230
2.3. Краевая задача с частично свободной границей и другие краевые задачи	247
Глава 3. Регулярность на границе и геометрические оценки для минимальных поверхностей	252
3.1. Решения дифференциальных неравенств	253
3.2. Регулярность решения задачи Плато на границе	263

3.3. Регулярность минимальных поверхностей на свободных границах	270
3.4. Асимптотические разложения минимальных поверхностей в граничных точках ветвления	271
3.5. Геометрические оценки для минимальных поверхностей. Число точек ветвления	274
Список литературы	278

Л. Саймон

Уравнение минимальных поверхностей

Введение	308
1. Классическая (двумерная) теория	311
2. Многомерная теория	327
3. Заключительные замечания	336
Список литературы	337
Авторский указатель	344
Предметный указатель	346

Посвящается Ларсу В. Альфорсу (1907–1996), крупнейшему специалисту XX столетия в области геометрической теории функций

Предисловие

Среди людей, далеких от математики, немногие имеют представление о многообразии математических методов и о том, что различные разделы математики имеют разнообразные характерные черты, часто привлекательные для одних специалистов и неинтересные для других.

Особый интерес к минимальным поверхностям обусловлен, по-видимому, сочетанием конкретности изучаемых объектов, их происхождения и соотношения с физическим миром, а также тем обстоятельством, что в теории минимальных поверхностей активно взаимодействуют различные разделы математики. В последние годы добавилась еще возможность использования компьютерной графики для создания иллюстраций, которые и математически поучительны, и эстетически привлекательны.

В XX столетии в развитии теории минимальных поверхностей произошли два существенных толчка. Первым из них стало исследование задачи Плато, кульминацией которого явилось решение Джесса Дугласа, отмеченное одной из первых двух медалей Филдса в 1936 г. (Вторая медаль была присуждена Ларсу Альфорсу за его вклад в комплексный анализ и теорию Неванлинны.) Вторым толчком был новый подход С. Бернштейна к дифференциальным уравнениям с частными производными, важнейшим результатом которого стала знаменитая теорема Бернштейна, утверждающая, что единственным решением уравнения минимальных поверхностей на всей плоскости является тривиальное решение — линейная функция.

Последовательное развитие двух этих проблем является прекрасной иллюстрацией того, как один результат может послужить основой для интенсивного роста во многих направлениях. В случае с теоремой Бернштейна два очевидных направления обобщений вели к более широкому классу уравнений и к большим размерностям. Оба направления потребовали времени для осмысления, поскольку оригинальные доказательства Бернштейна не допускают непосредственных обобщений. Первым шагом стал поиск альтернативных доказательств; значительные усилия в этом направлении были предприняты Л. Берсом,