

УДК 519.95  
ББК 22.18  
К64

Кондратьев Г. В.  
К64 Геометрическая теория синтеза оптимальных стационарных гладких систем управления. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003 — 210 с. — ISBN 5-9221-0276-6.

В книге предложен геометрический подход к решению задачи синтеза оптимальной обратной связи для стационарных гладких систем управления, основанный на идеях гамильтоновой механики и использующий методы дифференциально-алгебраической геометрии. Разработаны методы отыскания оптимальной обратной связи для нелинейных объектов. Приведена классификация нелинейных оптимальных систем по типам.

Книга рассчитана на математиков и специалистов по теории управления. Она может быть полезна аспирантам и студентам соответствующих специальностей.

Библиогр. 106 назв.

ISBN 5-9221-0276-6

© ФИЗМАТЛИТ, 2003

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ..... 5

### ГЛАВА 1

#### ОБЗОР СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ

- § 1.1. Общие математические подходы к решению задач оптимального управления ..... 9
- § 1.2. Постановка задачи синтеза оптимальной обратной связи ..... 12
- § 1.3. Двойственные методы в задаче синтеза оптимальной обратной связи ..... 15
- § 1.4. Синергетическая теория управления ..... 17
- § 1.5. Замечания об управляемости и устойчивости ..... 19

### ГЛАВА 2

#### ГЛАДКИЕ ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ КАК АППАРАТ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

- § 2.1. Гладкие многообразия, отображения, подмногообразия ..... 21
- § 2.2. Касательный функтор ..... 22
- § 2.3. Векторные поля и формы ..... 23
- § 2.4. Внешние дифференциальные системы ..... 26
- § 2.5. Классификация отображений в группу и в однородное пространство ..... 28
- § 2.6. Связности ..... 30

### ГЛАВА 3

#### ТЕОРИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, АССОЦИИРОВАННЫХ С ЗАДАЧЕЙ СИНТЕЗА

- § 3.1. Геометрия фазового пространства ..... 34
- § 3.2. Приложение теории фазового пространства ..... 42
- § 3.3. Поле экстремалей ..... 86
- § 3.4. Приложение метода Колесникова ..... 89
- § 3.5. Инвариантные дифференциальные свойства функции Беллмана-Ляпунова ..... 91

### ГЛАВА 4

#### КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ ПО ТИПАМ. МЕТОДЫ СИНТЕЗА (ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ)

- § 4.1. Системы с квадратичным гамильтонианом ..... 98
- § 4.2. Системы с гамильтонианом, близким к квадратичному ..... 104

§ 4.3. Системы с инвариантным слоением функции Беллмана–Ляпунова .....	108
§ 4.4. Класс гладких систем общего вида с невырожденной функцией Беллмана–Ляпунова .....	112
§ 4.5. Класс систем с аналитической функцией Беллмана–Ляпунова .....	115
§ 4.6. Класс систем с вырожденной потенциальной функцией .....	117
§ 4.7. Системы с известными (или легко выделяемыми) первыми интегралами или эволюционными симметриями .....	120
§ 4.8. Системы с функционалом Колесникова .....	124

## ГЛАВА 5

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ СИНТЕЗА НА БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

§ 5.1. Гиперболические системы .....	127
§ 5.2. Классическая абстрактная задача оптимальной стабилизации .....	128
§ 5.3. Свойство гиперболичности гамильтоновой системы, ассоциированной с задачей синтеза .....	129
§ 5.4. Вычисление сепаратрис гиперболической гамильтоновой системы (главный алгоритм синтеза) .....	130
Заключение .....	133
Список литературы .....	137

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Идея обратной связи, четко сформулированная Н. Винером, очертившим понятие кибернетической системы, является одной из наиболее фундаментальных и плодотворных идей современного теоретико-системного взгляда на мир. Смысл петли обратной связи заключается в создании автономной системы, корректирующей свое собственное состояние, исходя из этого же состояния, в соответствии с теми или иными признаками.

Обратная связь является фундаментальным свойством, обеспечивающим автономное существование системы в рамках определенного качества.

Ввиду разнообразия встречающихся систем, точная теория обратной связи в значительной мере не унифицирована. Более того, даже для отдельных математически хорошо определенных классов систем, где такая теория могла бы иметь место, она все еще отсутствует. Таким широким классом, описывающим многие физико-технические объекты, является класс стационарных гладких систем. До некоторых пор практически единственными методами синтеза оптимальной обратной связи для гладких нелинейных объектов были: метод линеаризации системы в окрестности положения равновесия и метод синтеза оптимальной обратной связи заданной структуры.

Сложность решения проблемы синтеза оптимальной обратной связи связана с тем, что управляющие воздействия, являясь функцией состояния системы, удовлетворяют обычно системе дифференциальных уравнений с нестандартными граничными условиями.

Представляет интерес использование новых подходов к решению проблемы оптимального синтеза, позволяющих разрешить существующие сложности, а также получить точные аналитические решения для некоторых типов систем. Одним из таких подходов является использование для решения проблемы синтеза оптимальных стационарных гладких систем инвариантных геометрических методов. Следует отметить, что существует достаточно много публикаций по применению дифференциально-геометрического подхода в теории управления. Например, работы Ю. Н. Павловского,